

# Kydland et Prescott (1977)

**A)** Soit un horizon  $T \leq +\infty$ .

Soit une séquence de politiques  $\pi = \{\pi_1, \dots, \pi_T\}$ .

Soit  $x = \{x_1, \dots, x_T\}$  la séquence des décisions (allocations) de l'agent représentatif.

Soit  $U(x, \pi)$  la fonction objectif, **commune à l'agent représentatif et au gouvernement**.

À chaque période  $t$ , la décision de l'agent dépend (*i*) de **tous** les choix de politiques par le gouvernement<sup>1</sup> et (*ii*) des décisions **passées** de l'agent,

$$x_t = X_t(x_1, \dots, x_{t-1}, \pi_1, \dots, \pi_T), \quad \forall t \leq T.$$

**B1)** Une **séquence optimale** de politiques est solution de

$$\max_{\pi} U(x, \pi) \quad t.q. \quad x_t = X_t(x_1, \dots, x_{t-1}, \pi), \quad \forall t \leq T.$$

Ainsi, la séquence optimale est obtenue en supposant que le gouvernement choisit une séquence  $\pi$  une fois pour toute, au début de l'horizon.

**B2)** Une séquence **temporellement cohérente** est définie par les conditions que, **pour chaque période  $t$** ,

(*i*)  $\pi_t$  maximise  $U(x, \pi)$ , prenant  $(x_1, \dots, x_{t-1})$  comme donnés,

(*ii*) les politiques ultérieures  $\pi_s$  ( $s > t$ ) sont déterminées similairement.

Ainsi, la séquence temporellement cohérente est obtenue de façon séquentielle, période par période. La politique de la période  $t$  est optimale, une fois la période  $t$  atteinte et les décisions  $(x_1, \dots, x_{t-1})$  prises, et il en est de même pour toutes les périodes

---

<sup>1</sup>Une politique future peut influencer une décision maintenant, comme par exemple un taux d'imposition sur le capital à venir peut affecter l'investissement en ce moment.

subséquentes. Dans le cas d'un horizon fini par exemple, on pourrait procéder par raisonnement rétrograde.

Il s'en suit que la politique  $\pi_t$  ne peut pas influencer les décisions prises avant cette date  $(x_1, \dots, x_{t-1})$ . Pour être plus précis, même ayant la discrétion de changer de politiques une fois la date  $t$  atteinte, le gouvernement n'aura aucune raison de le faire. De cette façon, la séquence de politiques est crédible et sera implémentée. L'engagement du gouvernement envers ces politiques n'est pas requis.

Exemple à deux périodes:

1) Rappelons que

$$\begin{cases} U = U(x_1, x_2, \pi_1, \pi_2), \\ x_1 = X_1(\pi_1, \pi_2), \\ x_2 = X_2(x_1, \pi_1, \pi_2). \end{cases}$$

Nous intéressons à  $\pi_2$ , la politique en deuxième période.

2) Pour la séquence temporellement cohérente, la politique  $\pi_2^c$  est solution de

$$\max_{\pi_2} U(\bar{x}_1, x_2, \pi_1, \pi_2) \quad t.q. \quad x_2 = X_2(\bar{x}_1, \pi_1, \pi_2),$$

où, suivant la notion de cohérence temporelle,  $x_1$  est pris comme donné. La condition de premier ordre est

$$\frac{\partial U}{\partial x_2} \frac{\partial X_2}{\partial \pi_2} + \frac{\partial U}{\partial \pi_2} = 0.$$

3) La séquence optimale  $(\pi_1^{op}, \pi_2^{op})$  est solution de

$$\max_{\pi_1, \pi_2} U(x_1, x_2, \pi_1, \pi_2) \quad t.q. \quad x_1 = X_1(\pi_1, \pi_2) \text{ et } x_2 = X_2(x_1, \pi_1, \pi_2),$$

autrement dit

$$\max_{\pi_1, \pi_2} U(X_1(\pi_1, \pi_2), X_2(x_1, \pi_1, \pi_2), \pi_1, \pi_2).$$

Ici, la relation entre  $x_1$  et  $\pi_2$  est prise en compte. L'engagement du gouvernement est implicite dans cette formulation.

La condition de premier ordre est

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} \frac{\partial X_1}{\partial \pi_2} + \frac{\partial U}{\partial x_2} \left( \frac{\partial X_2}{\partial x_1} \frac{\partial X_1}{\partial \pi_2} + \frac{\partial X_2}{\partial \pi_2} \right) + \frac{\partial U}{\partial \pi_2} = 0.$$

4) On constate que les deux solutions coïncident seulement si

$$\frac{\partial X_1}{\partial \pi_2} \left( \frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{\partial U}{\partial x_2} \frac{\partial X_2}{\partial x_1} \right) = 0,$$

c'est à dire si

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial X_1}{\partial \pi_2} = 0 \\ \text{ou si} \\ \frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{\partial U}{\partial x_2} \frac{\partial X_2}{\partial x_1} \end{array} \right. \implies \begin{array}{l} \text{la politique } \pi_2 \text{ ne peut pas influencer la décision } x_1, \\ \\ \text{le choix de } x_1 \text{ n'a pas d'effet (combiné) sur } U. \end{array}$$

Dans ces deux cas de figure, bien sûr, le gouvernement n'a pas de raison de changer la politique  $\pi_2$  en début de deuxième période.

La détermination de politique économique doit être crédible auprès de l'agent représentatif. Ce n'est généralement pas le cas avec la solution optimale.