UN MODÈLE D'INDUSTRIE

Introduction empirique:

- Beaucoup d’évidence empirique que le niveau d’incertitude idiosyncratique auquel les firmes font face est un déterminant important dans la taille des firmes et la vie de la firme. Par exemple, dans le secteur manufacturier U.S., approximativement 1/3 des jobs et plus de 40% des firmes disparaissent sur une période de 5 ans.

Une bonne étude de base est “Understanding the Life-Cycle of a Manufacturing Plant” (A. Kahn, Philadelphia Fed Business review, Quarter 2, 2002). En voici les points principaux:

1. La nouvelle unité de production (“plant”) typique est petite. Seules quelques unes vont devenir vraiment grosses. Les nouvelles unités sont volatiles et de nombreuses d’entre elles vont fermer. Au fil du temps, celles qui survivent grandissent et deviennent moins volatiles.

2. A l’intérieur d’une même industrie, il y a de l’expansion et de la contraction simultanées d’unités de production:

1. **a**. Notion de destruction d’emploi (JD) - somme des baisses d’emploi aux unités en contraction,

b. Notion de création d’emploi (JC) - somme des additions d’emploi aux unités en expansion,

c. Croissance de l’emploi: $JC – JD$.

d. Excess job reallocation (XJR)

$$XJR = JC + JD - |JC - JD|.$$

XJR mesure la rellocation d'emploi en excès de ce qui est nécessaire pour assurer une croissance donnée de l'emploi.

i. C'est informatif comme on le voit sur l'exemple suivant:

$$\begin{cases} JC_1 = 10\%, \; JD_1 = 0\%, \\ JC_2 = 15\%, \; JD_2 = 5\%. \end{cases}$$

Dans les deux cas, la croissance de l'emploi est 5%. Mais $XJR_1 = 0\%$ alors que $XJR_2 = 10\%$. Les conséquences sur les expériences individuelles des travailleurs sont très différentes.

3. A travers les industries, il y a des niveaux élevés de XJR.

1. **a**. Davis, Haltiwanger et Schuh, p. 39, montre qu'à travers les industries, de 1973 à 1988, XJR_{US} est en moyenne de 15,4%, avec un écart-type de 2.4% [$JC = 9.1\%$, $JD = 10.3\%$].
   b. Ainsi, les niveaux élevés de XJR démontrent un niveau important de création et de destruction simultanées, à l'intérieur des secteurs.
   c. DHS, p. 52-53, montre que les mouvements d'emploi <u>entre</u> secteurs ne peuvent expliquer seuls les niveaux de XJR observés (moins de 13%). Donc la plupart de la réallocation prend part à l'intérieur des industries (voir D&H, 1992).

4. DHS, p. 42, montre qu'il y a des niveaux de XJR élevés dans toutes les régions. Le plus grand composant de la réallocation observée provient de réallocation à l'intérieur de chaque région.

5. La création et destruction d’emploi implique assez souvent des changements importants dans la taille de la firme: Plus de 2/3 de la création et destruction prend place dans des unités de production qui ajustent leur taille de plus de 25%.

6. Quelles caractéristiques des firmes sont les plus importantes dans la détermination de JC et JD?

1. **a**. La taille de la firme (# d’employés, œuf corse!) et l’âge de la firme...
   - **i**. Les plantes jeunes et/ou petites ont une probabilité plus grande d’échec.
   - **ii**. La table 1 montre que les petites firmes ont à la fois un taux de création et un taux de destruction d’emploi plus élevés (intérêt des politiques d’aide aux petites entreprises?). On voit aussi que la XJR baisse avec la taille des firmes.
   - **iii**. La table 2 montre que les jeunes firmes ont des taux de création et de destruction plus élevés. Voir table 3 également.

TABLE 1

Average Levels of Job Creation and Destruction Across Plants of Different Sizes between 1973 and 1988

Employees	Job Creation	Job Destruction	Net Growth	Excess Reallocation
0–9	18.7	23.3	-4.5	34.6
20–49	13.2	15.3	-2.1	23.6
50–99	12.2	13.5	-1.3	21.5
100–249	9.6	10.7	-1.1	16.1
250–499	7.7	8.7	-1.0	12.5
500–999	7.0	7.6	-0.6	10.7
1000–2499	6.3	7.3	-1.0	10.2
2500–4999	6.1	7.5	-1.3	9.7
5000 and more	5.4	5.6	-0.2	7.7

The numbers reported here are the averages over the years 1973–88. For any year, job creation for plants in a particular size class is the average number of new jobs created at each plant in the size class that created jobs as a fraction of the plant's average employment in the year and the prior year. For any year, job destruction in a particular size class is the average number of jobs destroyed at each plant in the size class that destroyed jobs as a fraction of the plant's average employment in the year and the prior year. Net growth is the difference between job creation and job destruction. For any year, excess reallocation is the sum of job creation and destruction minus the absolute value of net growth across all plants in the size class. All numbers are expressed as percentages. Since each column is an average over time and excess reallocation involves an absolute value calculation, the formula for excess job reallocation does not directly apply to the averages displayed in the other columns. From Steven J. Davis, John C. Haltiwanger, and Scott Schuh, *Job Creation and Destruction*. Cambridge, MA: MIT Press, 1996, Table 4.1, page 61. Reprinted with permission.

TABLE 2

Average Job Creation and Destruction Across Plants Of Different Ages between 1973 and 1988

Plant Age in Years	Job Creation	Job Destruction	Net Growth	Excess Reallocation
Young (0-1)	45.8	12.5	33.3	25.1
Middle-Aged (2–10)	12.3	13.3	-1.0	21.0
Mature (10+)	6.9	9.4	-2.5	12.4

See Table 1 for definitions of job creation, destruction, net growth, and excess reallocation. All ages are in years. From Steven J. Davis, John C. Haltiwanger, and Scott Schuh, *Job Creation and Destruction*. Cambridge, MA: MIT Press, 1996, Table 4.5 page 77. Reprinted with permission.

TABLE 3

Failure Rate by Plant Age

Plant age	1-5	6-10	11-15
Exit rate	0.41	0.35	0.30

From Timothy Dunne, Mark J. Roberts, and Larry Samuelson, "The Growth and Failure of U.S. Manufacturing Plants," *Quarterly Journal of Economics*, 104(4), 1989, pp. 671-98. Reprinted with permission.

Conclusions:

A. Il y a des niveaux élevés d’excess job reallocation.

B. Les petites unités de production démontrent plus de volatilité d’emploi.

C. Les plus jeunes unités de production démontrent aussi plus de volatilité d’emploi.

Théorie:

- Modèle d’une industrie compétitive, basé sur Hopenhayn (1992) et Hopenhayn et Rogerson (1993).
- Étudie le cycle de vie des firmes (où les firmes individuelles peuvent entrer dans l’industrie, en sortir, s’agrandir ou se contracter, en réaction à des chocs individuels).
- Il y a donc des firmes de différentes tailles qui coexistent dans le marché.
- Les firmes réagissent à des chocs idiosyncratiques. Modèle qui permet donc de comprendre ce qui détermine et affecte l’allocation des ressources à travers ces firmes.
- Modèle d’équilibre général tractable. Equilibre stationnaire, car la distribution des firmes est constante, mais malgré tout, les firmes individuelles évoluent.
- Modèle macro bâti de façon à être consistent avec les données micro sur le “cycle de vie des firmes”, sur la distribution de taille et d’emploi des firmes, sur la JC/JD.

Objectifs:

- Comprendre le modèle.

- Apprendre à le simuler.

- Applications: (i) Politique influant la redistribution du travail à travers les firmes (HR, Alessandria-Delacroix), (ii) Réallocation du travail suite à une ouverture au commerce international (Melitz), (iii) Politiques distortionnaires et différence en PIB à travers pays.

Modèle:

1. Version simplifiée (analytique) - intuition.
2. Version plus générale (simulation):
  a. Avec coût d’ajustement, mais sortie exogène.
  b. Avec coût d’opération, pour endogénéiser les sorties.

Version simplifiée:

- Le bien final (homogène) est produit par un nombre large de firmes hétérogènes qui font face à des chocs idiosyncratiques persistents, qui affectent la valeur de leur production (peut être interprété comme des chocs technologiques, ou même comme des chocs de préférence sur des produits différenciés). Le bien final a un prix p_t.

- Chaque firme emploie du travail n_t comme seul facteur et commence la période avec un stock de travailleurs de la période précédente , n_{t-1}.

- A chaque période, les firmes sont sujettes à un choc s_t, et ajustent leur emploi.
- Les chocs idiosyncratiques sont indépendant à travers les firmes, mais le processus stochastique est le même pour toutes les firmes.
- Chocs:
  - Sans coût d'opération, les firmes resteraient toujours sur le marché. Dans un premier temps, nous ajoutons donc une probabilité exogène λ de disparition.
  - Sinon, les firmes peuvent voir leur productivité changer. Le choc suit un processus de Markov, $Q(s'|s) = \Pr ob(s_{t+1} = s'|s_t = s)$ où $s > 0$. *Une alternative serait de supposer que les firmes paient un coût d'opération chaque période et d'ajouter une décision de rester ou de quitter le marché en fonction du choc reçu.*

Problème de la firme:

La firme maximise

$$V(s_t) = \max_{n_t} \left\{ p_t s_t f(n_t) - w_t n_t + \frac{1-\lambda}{1+\rho} E[V(s_{t+1}) \mid s_t] \right\}.$$

(La seule variable d'état individuelle est s_t. Il y a une variable d'état agrégée, la distribution des firmes suivant leurs tailles.)

Le problème est en fait statique et on obtient la CPO hbituelle de la firme ("salaire égale produit marginal):

$$s_t f'(n_t) = \frac{w_t}{p_t}.$$

Cela définit la règle de décision des firmes, $N^d(s_t)$, pour un salaire réél donné, w_t/p_t. Choisissons $f(n_t) = n_t^\theta$, où θ est choisi pour répliquer la part des revenus allant au travail. Dans ce cas,

$$s_t.\theta.N^d(s_t)^{\theta-1} = w_t/p_t.$$

—> On voit que $N^d(s_t)$ est entièrement défini par s_t, pour un salaire réél donné.

—> A partir de là, nous pouvons calculer le profit individuel en fonction de s_t,

$$\begin{aligned}
\pi(s_t) &= p_t s_t f(N^d(s_t)) - w_t N^d(s_t), \\
&= p_t(s_t f(N^d(s_t)) - \frac{w_t}{p_t} N^d(s_t)), \\
&= p_t.s_t.(1-\theta).N^d(s_t)^\theta.
\end{aligned}$$

En normalisant $p_t = 1$ une fois pour toute, le salaire réél devient w_t.

Nous obtenons que

$$\begin{cases} N^d(s_t) = (\frac{s_t.\theta}{w_t})^{\frac{1}{1-\theta}}, \\ \pi(s_t) = (1-\theta).[s_t(\frac{\theta}{w_t})^{\theta}]^{\frac{1}{1-\theta}}. \end{cases}$$

La demande individuelle de travail, ainsi que le profit individuel, ne dépend que de la productivité exogène s_t et du salaire réél w_t.

Anticipant que la résolution numérique va discrétiser les chocs, nous posons que $s_t \in \{s_1 \ldots s_N\}$. Dans ce cas, nous pouvons calculer, toujours pour un salaire réél donné, $\pi(s_i)$, $i = 1 \ldots N$.

Les fonctions de valeur sont données par

$$V(s_i) = \pi(s_i) + \frac{1-\lambda}{1+\rho} \sum_j Q_{ji} V(s_j).$$

Etant donné le processus stochastique Q, il est clairement possible de résoudre ce système en $\{V(s_i)\}$, $i = 1 \ldots N$, pour un salaire réél donné.

Qu'est-ce qui détermine l'entrée?

Les firmes paient un coût d'entrée c_e en terme de biens produits *(plus précisément,* $p_t c_e$*)*. Elles entrent la période suivante, et reçoivent un choc tiré d'une distribution $\nu(s)$.

La libre entrée de ces firmes implique que

$$c_e = V^e = \frac{1-\lambda}{1+\rho} \sum_j \nu(s_j) V(s_j).$$

On voit que cette condition de libre entrée peut être utilisée pour déterminer un unique salaire réél. Il y aura une solution car V et donc V^e sont décroissantes en w (salaire réél).

1er résultat:

La résolution du problème de la firme, combinée avec la libre entrée, nous permet d’obtenir le salaire réél.

Dans ce modèle, il y a donc un niveau optimal d'emploi pour chaque choc s_t. *(Plus tard, ce ne sera pas vrai quand on ajoute des coûts d'ajustement d'emploi.)* Il va donc y avoir une distribution de tailles de firmes.

Nous voulons calculer la mesure, $\mu(s_t)$ des firmes en place (qui en fait est une variable d'état agrégée). Remarquez que l'on pourrait aussi bien dénoter cette mesure comme $\mu(n_t)$ puisque dans ce contexte, à chaque productivité s_t correspond un niveau d'emploi unique n_t.

Appelons aussi M le nombre d'entrants chaque période.

A l'état stationaire, cette variable d'état agrégée est constante (bien que les firmes individuelles changent constamment d'emploi...).

Rappelons le timing:

Chaque période, les firmes restantes de la période précédente, reçoivent une nouveau choc et ajustent leur emploi. Chaque période, il y a aussi de nouveaux entrants qui, après avoir reçu leur productivité initiale, choisissent un niveau d'emploi.

A l'état stationnaire, la mesure $\mu(s_t)$ et le nombre d'entrants doivent donc satisfaire jointement

$$\mu(s_i) = (1-\lambda)[\sum_j Q_{ij}\mu(s_j) + M.\nu(s_i)].$$

C’est un système à résoudre en $\{\mu(s_i)\}$ et en M. Cependant, il est clair que le système peut être écrit sous forme matricielle comme $B\mu = Mv$, où B est une matrice ne dépendant que de Q et λ, et v est le vecteur composé des termes $\{v(s_i)\}$.

Appelons $\widehat{\mu}$, la solution du système $By = v$. Cette solution ne dépend que des paramètres des processus stochastiques (λ, Q, v).

Alors, $\mu = M.\widehat{\mu}$.

2ème résultat:

La mesure μ des firmes en place peut être calculée à un facteur d'échelle près (i.e. le nombre d'entrants M).

Il nous reste à calculer le nombre d'entrants M. Nous allons voir que cela peut être fait par l'intermédiaire du problème des ménages.

Mais avant cela, il nous faut calculer certains agrégés (valeurs par entrant):

$$\begin{cases} N^d/M = \sum_j (\widehat{\mu}(s_j) + \nu(s_j)).N^d(s_j), \\ \textit{- (demande agrégée de travail) -} \\ \Pi/M = \sum_j (\widehat{\mu}(s_j) + \nu(s_j)).\pi(s_j) - c_e, \\ \textit{- (profits agrégés) -} \\ X/M = \sum_j (\widehat{\mu}(s_j) + \nu(s_j)).s_j.f(N^d(s_j)), \\ \textit{- (offre agrégée) -} \end{cases}$$

Remarquez que ces agrégats par entrant sont déjà calculables (sans connaître M.)

Le problème des consommateurs est donné par

$$\max_{x,N} \; u(x) - AN,$$

$$\textit{s.à. } x = wN + \Pi.$$

La contrainte budgétaire reflète que les profits agrégés sont redistribués de façon forfaitaire.

Nous faisons l'hypothèse que le travail est indivisible, c'est à dire que chaque agent ne peut travailler qu'à plein temps ou pas du tout. Combiné avec l'utilisation de lotteries pour déterminer quels agents travaillent et lesquels ne travaillent pas, on peut montrer que cela revient à résoudre le problème d'un ménage représentatif avec une (dis)utilité du travail qui est séparable de la consommation et linéaire ($U(x, N) = u(x) - AN$). N_t peut être interprété comme la fraction des ménages employés à la date t. *Pour plus de détails, voir les notes de cours.*

Remarquez que l'indivisibilité du travail est maintenant une hypothèse commune. Dans notre contexte, c'est en plus nécessaire afin que le nombre d'employés dans une firme donnée soit bien défini.

La CPO du problème des ménages est donc donnée par

$$u'(x) = \frac{A}{w}.$$

Cette CPO nous permet donc de résoudre pour la consommation x.

Finalement, le facteur d’échelle M peut être obtenu à partir de la condition d’équilibrage du marché du bien final:

$$x + M.c_e = X.$$

(Rappelez vous que X a lui-même été déterminé précédemment au facteur d’échelle près).

3ème résultat:

Le problème des ménages permet de calculer le facteur d'échelle M.

Un équilibre est:

- un salaire réél w^*,
- une masse d'entrants M^*,
- et une mesure de firmes en place μ^*,

tels que (i) les firmes et les ménages optimisent, (ii) les marchés s'équilibrent, (iii) il y a libre entrée des firmes, et (iv) la distribution des firmes est stationnaire.

Versions non-analytiques:

Nous allons maintenant considérer des versions du même modèle, qu'on ne pourra pas résoudre analytiquement. Mais beaucoup de l'intuition, et même la façon de résoudre numériquement suivra ce que l'on a fait dans la version simplifiée.

- Hopenhayn et Rogerson (1993) ont un modèle qui introduit des coûts de licenciement (paiements de séverance), afin d'étudier comment les distortions qui en résultent affectent la réallocation des travailleurs. Ils veulent calculer les coûts de ces paiements de séverance en terme de bien-être.

- La différence fondamentale avec ce qui précède est que le problème de la firme n'est plus statique. En effet, si la firme veut réduire son emploi, elle va devoir payer des coûts. Sa décision va donc dépendre de son emploi courant. Bien sûr, ce problème n'apparaît pas si la firme veut augmenter son emploi.

—> **en particulier**, **cela implique qu'à un** s_t **donné**, **il peut correspondre plus d'un niveau d'emploi** n_t **en équilibre**. **Le niveau de** n_t **choisi par une firme en réponse à un choc** s_t **dépend de** n_{t-1} **aussi**.

Nous allons redériver le modèle, en insistant sur les différences que ces coûts de licenciement introduisent.

La version proposée est un pot-pourri de Hopenhayn et Rogerson (1993) et Alessandria et Delacroix (2008). La sortie de l'industrie est toujours exogène, mais la “difficulté” vient du fait que le problème de la firme n'est plus statique.

- Chaque firme utilise du travail pour produire et commence la période avec un emploi, n_{t-1}. Comme le problème n'est plus statique, n_{t-1} est un variable d'état individuelle, en plus de s_t.

- Au début de chaque période, les firmes sont sujettes à un choc s_t et, basé sur leurs valeurs pour (s_t, n_{t-1}), ajustent leur emploi.

- Les chocs s_t sont tirés d'une distribution avec support $S = \{0\} \cup [1, \infty)$. La fonction $Q(s', s)$ définit la probabilité que $s_{t+1} = s' \in S$ étant donné que $s_t = s$.

- Les firmes qui reçoivent un choc $s_t = 0$ ne recevront pas de choc positif par la suite $(Q(0,0) = 1)$ et quittent le marché (choc absorbant). En sortant, la firme doit licencier tous ses employés et payer les frais correspondants. Comme une firme qui quitte le marché n'a pas de revenu, ces frais sont payés par les propriétaires de la firme (i.e. les ménages).

Coûts de licenciement:

- Les profits courants sont égaux à

$$p_t.s_t.f(n_t) - w_t n_t - g(n_t, n_{t-1}),$$

où $g(n_t, n_{t-1})$ est le coût de passer d'un emploi n_{t-1} à n_t.

- Ce coût d'ajustement reflète les restrictions au licenciement. Nous supposons que les firmes doivent payer un payment $\tau.w$ pour chaque travailleur licencié:

$$g(n_t, n_{t-1}) = \begin{cases} \tau \cdot w \cdot \max\{0, n_{t-1} - n_t\} & \text{si } n_{t-1} \geq \textit{seuil}, \\ 0 & \text{autrement,} \end{cases}$$

(Dans certains pays, les coûts de licenciement ne s'appliquent qu'aux firmes au-dessus d'une certaine taille, d'où l'introduction du *seuil*.)

Les ménages ont une utilité définie comme

$$U(x, N) = u(x) - A.N.$$

Les ménages ont des revenus provenant de leur travail ($w_t N_t$), des profits agrégées redistribués forfaitairement (Π_t) et des paiments de séverance redistribués par le gouvernement (R_t):

$$p_t x_t = w_t N_t + \Pi_t + R_t.$$

Le problème de la firme est donné par:

$$V(s_t, n_{t-1}) = \max_{n_t \geq 0} \; p_t . s_t . f(n_t) - w_t n_t - g(n_t, n_{t-1}) + \frac{1}{1+\rho} \sum_j Q(s_j, s_t) V(s_j, n_t)$$

- Ce problème nous donne une fonction bien définie, $N^d(s_t, n_{t-1})$, qui peut être utilisée pour obtenir les profits individuels courants (π) et les coûts individuels d'ajustement (r):

$$\begin{cases} \pi(s_t, n_{t-1}) = p_t . s_t . f(N^d(s_t, n_{t-1})) - w_t . N^d(s_t, n_{t-1}) - r(s_t, n_{t-1}), \\ r(s_t, n_{t-1}) = g(N^d(s_t, n_{t-1}), n_{t-1}). \end{cases}$$

- Pour les nouveaux entrants, la valeur d'entrée est égale à la valeur escomptée de commencer la période suivante avec un choc s et zéro travailleur, où le choc s est tiré à partir de la distribution ν. La libre entrée implique que

$$c_e = V^e = \frac{1}{1+\rho}\sum_j \nu(s_j)V(s_j,0).$$

L’économie est aussi caractérisée par une distribution μ sur les variables individuelles *des firmes en place*.

Cependant, maintenant, cette distribution doit être définie à partir de (s_t, n_{t-1}).

Là, il va falloir être plus précis qu'avant:

- A la date t, cette mesure n'inclue pas les entrants qui ont payé leur coût d'entrée en $t-1$, et qui n'ont pas encore commencé à produire. Ces entrants sont inclus comme "firmes courantes" dans la distribution μ' à $t+1$.

- Dénotons à nouveau le nombre d'entrants par M.

- La transition de μ à μ' est dénotée par $\mu' = T(\mu, M)$. Dans un modèle stationnaire, $\mu = T(\mu, M)$. *Remarquez que comme auparavant, l'opérateur est linéairement homogène en* (μ, M) *jointement.*

Timing:

Period t:

- Firmes courantes commencent t avec (s_{t-1}, n_{t-1}) $\quad$ M entrants

$\downarrow$ $\quad$ $\downarrow$

tirent s_t $\quad$ tirent s_t

$\downarrow$ $\quad$ $\downarrow$

Distribution sur (s_t, n_{t-1}) [dénotée $\mu(s_t, n_{t-1})$] $+$ entrants distribués sur s_t, tous encore sans emploi.

$\downarrow$

- Décisions prises par les firmes courantes et les entrants $\longrightarrow$ résulte en une distribution $\widetilde{\mu}(s_t, n_t)$,
- Production / consommation.

Period $t+1$: (nouveaux entrants à $t+1$ non représentés ici.)

- Firmes courantes commencent avec (s_t, n_t) [venant de tous les participants à t [firmes courantes et nouveaux entrants], qui n'ont pas reçu un choc $s_t = 0$].

$\downarrow$

tirent s_{t+1}

$\downarrow$

distribution sur (s_{t+1}, n_t) [dénotée by $\mu'(s_{t+1}, n_t)$].

Remarque: μ est défini pour les firmes courantes, de telle façon qu'aucune ont un emploi égal à zéro (i.e. $\mu(s_t, 0) = 0$). Cependant, s_t peut être égal à 0.

—> Numériquement, nous allons chercher un point fixe de l'opérateur T, c'est à dire $\mu = T(\mu, M)$. Nous allons procéder numériquement, mais cet opérateur T va refléter le timing ci-dessus.

—> Nous allons à nouveau utiliser le fait que T est linéairement homogène et que si $\widehat{\mu} = T(\widehat{\mu}, 1)$, alors $M\widehat{\mu} = T(M\widehat{\mu}, M)$. On peut voir que numériquement, $\widehat{\mu}$ peut être calculé simplement en utilisant les fonctions $N^d(s_t, n_{t-1})$ provenant du problème des firmes.

—> On peut donc résoudre pour $\widehat{\mu}$ et utiliser le problème des ménages pour déterminer le facteur d'échelle M (comme auparavant!)

De nouveau, nous pouvons calculer les agrégés suivants (R: coûts d'ajustement agrégés):

$$
\left\{
\begin{array}{l}
N^d/M = \sum_{i,j} \widehat{\mu}(s_j,n_i).\,N^d(s_j,n_i) + \sum_j \nu(s_j).\,N^d(s_j,0), \\
\text{- (demande agrégée de travail) -} \\
\Pi/M = \sum_{i,j} \widehat{\mu}(s_j,n_i).\,\pi(s_j,n_i) + \sum_j \nu(s_j).\,\pi(s_j,0) - c_e, \\
\text{- (profits agrégés) -} \\
X/M = \sum_{i,j} \widehat{\mu}(s_j,n_i).\,s_j.\,f(N^d(s_j,n_i)) \ + \sum_j \nu(s_j).\,s_j.\,f(N^d(s_j,0)), \\
\text{- (offre agrégée) -} \\
R/M = \sum_{i,j} \widehat{\mu}(s_j,n_i).\,r(s_j,n_i). \\
\text{- transferts agrégés -}
\end{array}
\right.
$$

Le problème des ménages est

$$\max_{x,N} \; u(x) - AN,$$

$$s.t. \; x = wN + \Pi + R,$$

dont la CPO est

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{A}{w}.$$

Finalement, la condition d'équilibrage du marché des biens est

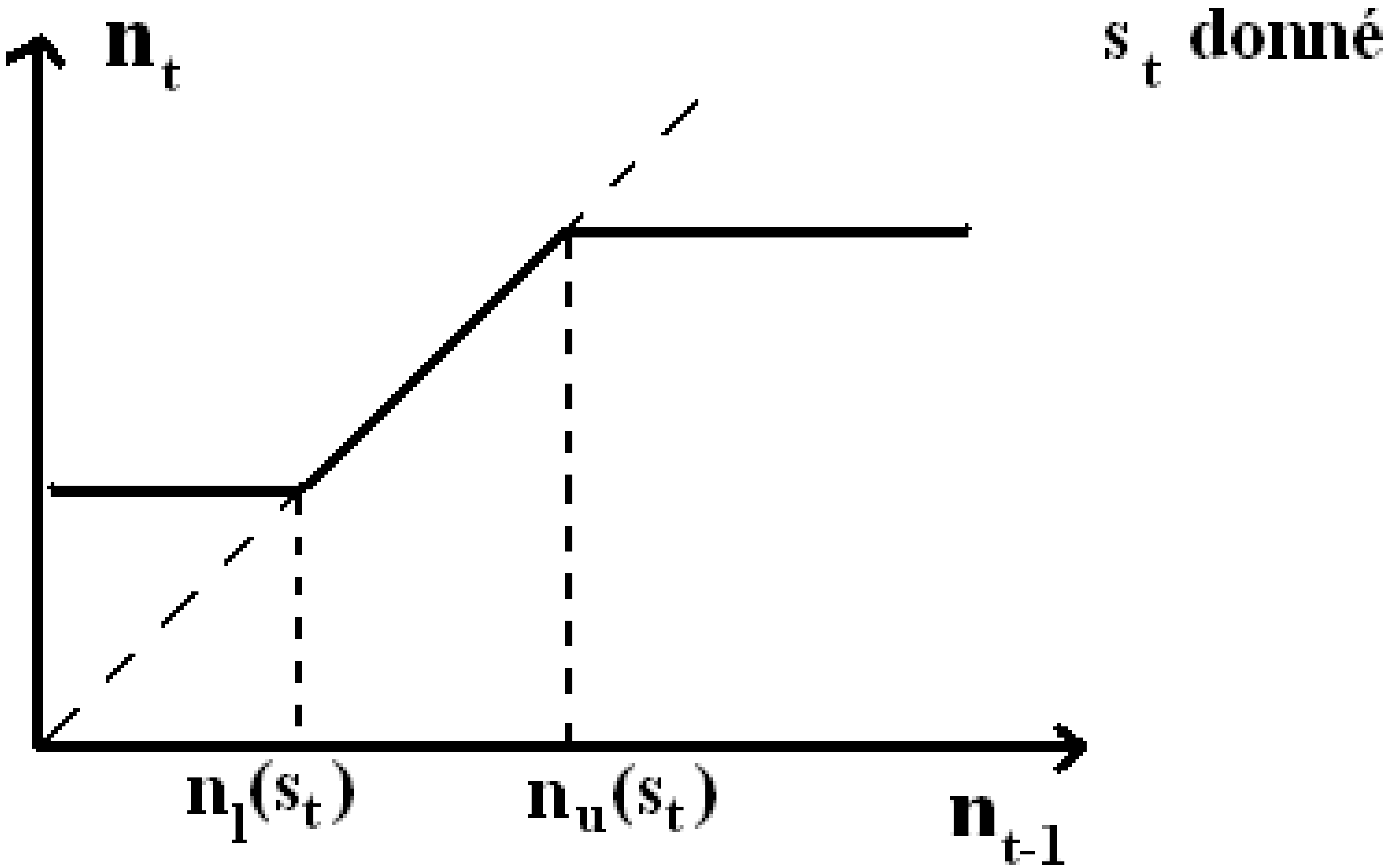
$$x + Mc_e = X.$$

Intuition 1:

- Les coûts de licenciement changent la réponse de l'emploi individuel des firmes:

-
  - Si $\tau = 0$, il existe un niveau d'emploi unique correspondant à chaque s_t, quelque soit n_{t-1}.
  - Si $\tau > 0$, cela n'est plus le cas et le niveau précédent d'emploi, n_{t-1}, est important.
    - Cela conduit à une règle du type (S, s).

Nous allons d'abord voir graphiquement la nature de la fonction $N^d(s_t, n_{t-1})$, puis la dériver analytiquement à partir du problème des firmes.



n_t
s_t donné
$n_l(s_t)$
$n_u(s_t)$
n_{t-1}

On a donc que

$$\begin{cases} \text{Si } n_{t-1} \leq n_l(s_t), \text{ alors } n_t = n_l(s_t), \\ \text{si } n_l(s_t) \leq n_{t-1} \leq n_u(s_t), \text{ alors } n_t = n_{t-1}, \\ \text{si } n_u(s_t) \leq n_{t-1}, \text{ alors } n_t = n_u(s_t). \end{cases}$$

- Si l'emploi précédent n_{t-1} est relativement bas *(relativement au nouveau choc s_t)*, la firme augmente son emploi, mais moins que si $\tau = 0$, à cause de la possibilité de coûts de licenciement futurs.

- Si l'emploi précédent n_{t-1} est relativement élevé, la firme réduit son emploi, mais moins que si $\tau = 0$, à cause des coûts de licenciement qu'elle encourerait immédiatement. Remarquez que la possibilité de coûts de licenciement futurs entrerait aussi dans sa décision.

Essayons de voir ça à travers le problème de la firme.

Variables d'état: s_t, n_{t-1}.

Fonction de valeur $V(s_t, n_{t-1})$.

Dénotons par $V\uparrow(s_t, n_{t-1})$ la fonction de valeur si la firme augmente l'emploi *cette période* et retourne par la suite à la stratégie optimale dictée par la fonction $V(s_t, n_{t-1})$. Aucun coût d'ajustement n'est à payer cette période.

Dénotons par $V\downarrow(s_t, n_{t-1})$ la fonction de valeur si la firme réduit l'emploi *cette période* et retourne par la suite à la stratégie optimale dictée par la fonction $V(s_t, n_{t-1})$. Des coûts d'ajustement sont à payer cette période.

Nous allons utiliser le fait que la stratégie optimale de la firme doit être non-améliorable (“unimprovable”) pour déduire des conclusions sur la nature de cette stratégie optimale.

Supposons que la firme considère augmenter son emploi (“*Problème* $V\uparrow$”):

$$V\uparrow(s_t, n_{t-1}) = \max_{n_t}\{p_t.s_t.f(n_t) - w_t.n_t + \frac{1}{1+\rho}\sum_j Q(s_j, s_t)V(s_j, n_t)\}.$$

La CPO est

$$w_t = p_t.s_t.f'(n_t) + \frac{1}{1+\rho}\sum_j Q(s_j, s_t)V_2(s_j, n_t).$$

Cela est la CPO *s’il est en effet optimal d’augmenter l’emploi individuel*.

Supposons maintenant que la firme considère réduire son emploi ("*Problème* $V\downarrow$"):

$$V\downarrow(s_t, n_{t-1}) =$$

$$\max_{n_t} \left\{ p_t.s_t.f(n_t) - w_t.n_t - \tau.w_t.(n_{t-1} - n_t) + \frac{1}{1+\rho}\sum_j Q(s_j, s_t)V(s_j, n_t) \right\}.$$

La CPO est

$$(1-\tau).w_t = p_t.s_t.f'(n_t) + \frac{1}{1+\rho}\sum_j Q(s_j, s_t)V_2(s_j, n_t).$$

Cela est la CPO s'il est en effet optimal de réduire l'emploi individuel.

Comment peut-on interpréter les deux CPOs?

Remarquez que le salaire réél n'est plus égal au produit marginal du travail (à cause du terme de sommation).

Les deux CPOs sont de la forme

$$\text{“\textit{salaire}”} = PM_L + \frac{1}{1+\rho}.E(V_2).$$

Que représente le deuxième terme?

En utilisant le théorème de l'enveloppe sur les deux problèmes ci-dessus, on peut voir que V_2 est soit nul (voir *Problème* $V \uparrow$), soit négatif ($-\tau w$, dans *Problème* $V \downarrow$). Donc le salaire est plus petit que le produit marginal du travail. La différence représente en quelque sorte les coûts marginaux espérés escomptés, si la firme augmente son emploi cette période. Les CPO sont du type:

$$PM_L = CM_{\textit{maintenant}} + E(CM_{\textit{futur}}).$$

La fonction

$$psf'(n) + \frac{1}{1+\rho}\sum_j Q(s_j, s)V(s_j, n)$$

est décroissante en n.

Fixons s_t.

Définissons $n_l(s_t)$ et $n_u(s_t)$ tels que

$$\begin{cases} w_t = p_t.s_t.f'(n_l(s_t)) + \frac{1}{1+\rho}\sum_j Q(s_j, s_t)V_2(s_j, n_l(s_t)), \\ (1-\tau).w_t = p_t.s_t.f'(n_u(s_t)) + \frac{1}{1+\rho}\sum_j Q(s_j, s_t)V_2(s_j, n_u(s_t)). \end{cases}$$

Donc $n_l(s_t)$ et $n_u(s_t)$ ont été définis comme les solutions de CPO[$V \uparrow$] et de CPO[$V \downarrow$], respectivement.

Comme la fonction ci-dessus est décroissante, $n_l(s_t) \leq n_u(s_t)$.

Clairement, si $\tau = 0$, $n_l(s_t) = n_u(s_t)$ (le niveau que choisiraient toutes les firms recevant un choc s_t, dans ce cas là.)

Implications?:

Si $n_{-1} \leq n_l$,

- *Problème V* $\uparrow$ indique à la firme de choisir n_l, ce qui correspond bien à une augmentation de l'emploi.
- *Problème V* $\downarrow$ indique à la firme de choisir n_u. Cependant, cela ne correspond pas à une réduction de l'emploi. Comme *Problème V* $\downarrow$ est concave, si on la restreint à $n \leq n_{-1}(\leq n_u)$, la firme choisirait donc n_{-1} si elle était forcée à réduire son emploi (status quo).
- Mais dans ce cas, la valeur d'augmenter à n_l est supérieure.
- Donc, $n = n_l$.

Si $n_{-1} \geq n_u$,

- *Problème* $V \downarrow$ indique à la firme de choisir n_u, ce qui correspond bien à une réduction de l'emploi.
- *Problème* $V \uparrow$ indique à la firme de choisir n_l. Cependant, cela ne correspond pas à une augmentation de l'emploi. Comme *Problème* $V \uparrow$ est concave, si on la restreint à $n \geq n_{-1}(\geq n_l)$, la firme choisirait donc n_{-1} si elle était forcée à augmenter son emploi (status quo).
- Mais dans ce cas, la valeur de réduire à n_u est supérieure.
- Donc, $n = n_u$.

Finalement, si $n_l \leq n_{-1} \leq n_u$,

- Il n'est pas optimal d'accroître l'emploi, puisque *Problème V* $\uparrow$ est concave.
- Il n'est pas optimal de réduire l'emploi, puisque *Problème V* $\downarrow$ est concave.
- Donc, $n = n_{-1}$.

Intuition 2:

- Les coûts de licenciement créent une distortion dans la décision des firmes: les firmes sont moins enclines à embaucher et à licencier. Cela implique à la fois une “inefficience productive” et une “inefficience compétitive”.
- L’inefficience productive est dûe au fait que le produit marginal du travail n’est pas égal à travers toutes les firmes.
- L’inefficience compétitive est dûe au fait que toutes les firmes s’attendent à payer ces coûts à un moment ou à un autre, et donc cela impose un coût espéré sur la durée de vie de la firme.
- Combinés, ces deux effets conduisent à une réduction de l’emploi et de la production agrégés.
- Le papier de Hopenhayn et Rogerson est le premier à quantifier les coûts en bien-être associés.

Présentation générale de l'algorithme (pour la version avec sortie exogène):

1. Utiliser la libre entrée pour obtenir le salaire réél $(w/p)^*$.
2. Utiliser les règles de décision provenant du problème des firmes (étape 1) afin de trouver le point fixe $\widehat{\mu} = T(\widehat{\mu}, 1)$ et obtenir la mesure des firmes courantes à un facteur d'échelle près.
3. Utiliser la CPO des ménages pour obtenir le nombre d'entrants M^*. Alors, $\mu^* = M^* \widehat{\mu}$.

- ETAPE 1:
  - Choisir une valeur initiale pour w/p.
  - Itérer sur la fonction de valeur discrétisée:
    - Calculer $V(s,n)$ pour tout (s,n),
      - Intégrer $V(s,0)$ pour calculer la valeur d'entrée V^e.
    - Vérifier la condition de libre entrée.
  - Converger sur w/p.

- <u>ETAPE 2:</u>
  - En utilisant l'itération sur V, calculer la règle de décision: $N^d(s, n_{-1})$.
  - Utiliser $N^d(s, n_{-1})$ pour trouver un point fixe de l'opérateur $\mu' = T(\mu, 1)$: μ représente la distribution des firmes courantes à t; μ' est la même distribution des firmes courantes à $t+1$, une fois que les firmes aient ajusté leur emploi, aient reçu un nouveau choc et une fois les entrants dans le marché.
  - (Une fois le point fixe $\widehat{\mu} = T(\widehat{\mu}, 1)$ déterminé, alors $M\widehat{\mu}$ est un point fixe de $\mu' = T(\mu, M)$.)

- ETAPE 3:
  - En utilisant $\widehat{\mu}$, calculer Π/M et R/M (profits et transferts agrégés par entrant).
  - Résolvez le problème des ménages pour obtenir M^*.