$\boxed{13 \text{ Nov. } 2013}$

1) Problème LQ sont "simples" à résoudre

contrainte linéaire — utilité quadratique

→ règles de décision linéaires.

2) On peut résoudre des pbs non-quadratiques, en approximant par utilité quadratique.

3) Ces problèmes LQ ont une autre propriété :

"Certainty Equivalence Principale"

→ la règle de décision prend la même expression dans le cas déterministe et le cas stochastique.

→ on peut <u>résoudre</u> comme si $\sigma_\varepsilon = 0$.

Etapes

- Calculer l'état stationnaire
- Approximation quadratique $\longrightarrow$ $r(z,s,d) = [1\ w^T]\, Q \begin{bmatrix} 1 \\ w \end{bmatrix}$

  Q calculable avec Taylor et état stationnaire

  où $w^T = [z\ s\ d]$

- Itération sur V

a) $V_{n+1}(z,s) = TV_n(z,s) = \max\limits_{d_n \text{ t.q. contraintes}} [1\ w^T]\, Q \begin{bmatrix} 1 \\ w \end{bmatrix} + \beta E\left(V_n(z',s')\right)$

V_n quadratique : $V_n = F^T P_n F$, où $F = \begin{bmatrix} 1 \\ z \\ s \end{bmatrix}$

$\Rightarrow P_n$ à déterminer.

b) CEP $\Longrightarrow$ $V_{n+1}(z,s) = \max\limits_{d_n} [1\ w^T]\, Q \begin{bmatrix} 1 \\ w \end{bmatrix} + \beta F'^T P_n F'$

t.q contraintes

c) Pour rendre équation + compacte, écrivons $F' = B \begin{bmatrix} 1 \\ w \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow F'^T P_n F' = [1\ w^T]\, B^T P_n B \begin{bmatrix} 1 \\ w \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow V_{n+1}(z,s) = \max_{d_n} \left\{ [1\ w^T] \left(Q + \beta B^T P_n B\right) \begin{bmatrix} 1 \\ w \end{bmatrix} \right\}$$

Cela permet de rentrer les contraintes dans B.

calculable

Définissons $M_n = B^T P_n B \rightarrow M_n$ à déterminer

$$\Rightarrow V_{n+1}(z,s) = \max_{d_n} \left\{ [1\ w^T] \left(Q + \beta M_n\right) \begin{bmatrix} 1 \\ w \end{bmatrix} \right\}$$

Avant de différentier,

d) Partitionnons Q et Π^n → var. contrôle
→ var. état.

$$V_{n+1}(z,s) = \max_{d_n} \left\{ \begin{bmatrix} F^T & d^T \end{bmatrix} (Q + \beta \Pi_n) \begin{bmatrix} F \\ d \end{bmatrix} \right\}$$

$$\Rightarrow V_{n+1}(z,s) = \max_{d_n} \Big\{ F^T (Q_{FF} + \beta \Pi^n_{FF}) F + 2\, d_n^T (Q_{Fd} + \beta \Pi^n_{Fd}) F$$
$$+ d_n^T (Q_{dd} + \beta \Pi^n_{dd}) d_n \Big\}$$

$$\rightarrow \text{CPO}[d_n] \quad (Q_{Fd} + \beta \Pi^n_{Fd}) F + (Q_{dd} + \beta \Pi^n_{dd}) d_n = 0.$$

$$\Rightarrow d_n = \dots \text{ règle linéaire.} = J_n^T F$$

e) On rentre les CPO dans la f^n de valeur.

$$V_{n+1}(z,s) = F^T \left\{ Q_{FF} + \beta \Pi^n_{FF} - \left[Q^T_{Fd} + \beta \Pi^{(n)T}_{Fd} \right] (Q_{dd} + \beta \Pi^n_{dd})^{-1} (Q_{Fd} + \beta \Pi^n_{Fd}) \right\} F$$
$$\| $$
$$F^T P_{n+1} F$$

$$\Rightarrow P^{n+1} = \dots$$

<u>DONC</u> Itération $(n+1) \Rightarrow P^n$ connu $\Rightarrow \Pi^n$ connu $\Rightarrow P^{n+1}$ connu

Itération jusqu'à ce que $P^{n+1} \approx P^n$.