

Université du Québec à Montréal, Département des sciences économiques
Cours: ECO1272 – Méthodes d'analyse économique I
Trimestre: Automne 2007
Professeur: Alain Delacroix

EXAMEN FINAL

TRÈS IMPORTANT:

- Vous avez trois heures pour répondre aux questions.
- Écrivez vos noms, prénoms et code permanent sur chaque question.
- Rendez l'examen **avec les questions**.
- Pour chacune des questions de cet examen, toutes les étapes de la réponse doivent être clairement exposées. La proportion des points allouée à la réponse finale est 1/4, et celle allouée à la justification de la réponse est 3/4.

À LIRE ATTENTIVEMENT:

- ** Matériel permis sur les bureaux : stylos et crayons, règle, pas de calculatrice. Tout autre matériel pourra être confisqué en début d'examen, et remis aux étudiants à leur sortie de la salle d'examen.
- ** Aucune documentation n'est permise. Écrire lisiblement.
- ** Répondre aux questions dans l'ordre.
- ** Utiliser une nouvelle page pour chaque nouvelle question.
- ** Indiquer clairement les numéros de chacune des questions.

Question 1 (15 points):

Considérez la fonction de coût suivante

$$C(q) = q^2 + bq + c,$$

où $C(q)$ représente le coût de production de la quantité q .

- La fonction $C(q)$ est-elle concave ou convexe? Strictement? Expliquez.
- Calculez le coût marginal, dénoté $C_m(q)$ [taux d'accroissement du coût, lorsque la production augmente d'une quantité dq]. Calculez le coût moyen, dénoté $C_M(q)$.
- Montrez que $C_M(q)$ croît en fonction de q , lorsque $C_m(q) > C_M(q)$ et que $C_M(q)$ décroît en fonction de q , lorsque $C_m(q) < C_M(q)$. Expliquez.

Question 2 (15 points):

Pour chacune de ces fonctions, déterminez la dérivée première et la dérivée seconde. Précisez également le domaine de définition.

- $f(x) = (9x^2 - 2)(3x + 5)$,
- $f(x) = \frac{4x}{x+7}$,
- $f(x) = \ln(6x^2 - 3x)$,
- $f(x) = e^{\frac{1}{3}}$. Cette dernière fonction est-elle concave ou convexe? Expliquez.

Question 3 (15 points):

Un monopoleur fait face à la fonction de demande suivante

$$p = 150 - q,$$

où p et q sont respectivement le prix et la quantité demandée. Sa fonction de coût est donnée par

$$C(q) = 20q.$$

- Supposez que le monopoleur choisit la quantité à produire, en tenant compte de la demande pour son produit et ses coûts de production. Exprimez le profit du monopoleur en fonction de la quantité produite. Expliquez.
- Quelle quantité q^* maximise ses profits? Quel est le prix p^* correspondant? Expliquez.

Question 4 (10 points):

Comment *définit-on* la concavité pour une fonction à une variable? Comment *définit-on* la stricte concavité pour une fonction à une variable? (Rappelez-vous l'intra: je vous demande de définir, pas de caractériser.)

Question 5 (15 points):

Étudiez la fonction

$$f(x) = \ln(x) - x^2.$$

[Cela implique (i) préciser le domaine de définition, (ii) calculer les dérivées premières et secondes, (iii) produire le tableau qui, à partir des signes des dérivées premières et secondes, permet de connaître les propriétés de monotonie et de concavité de la fonction f , et (iv) tracer la fonction f , à partir de ce tableau.]
Soyez clair.

Vérifiez que cette fonction est toujours négative.

Question 6 (15 points):

Calculez toutes les dérivées partielles premières et secondes de la fonction $f(x_1, x_2) = x_1 \ln(x_1) - x_2$. Calculez son Hessian.

Question 7 (15 points):

Le point stationnaire de $f(x, y) = \frac{x^4}{12} - 9x + \frac{y^4}{12} + 9y$ est-il un maximum ou un minimum? (Quel est ce point stationnaire?) Expliquez.